

Title	ℓ -Group ノ定義ニツイテ
Author(s)	道浦, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 2(8) p.251-p.252
Issue Date	1948-03-10
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75219
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

84. ℓ -groupノ定義ニツイテ

(大阪理工大) 垣 清 正 (1948. II. 10)

lattice ordered group (以下 ℓ -group トイフ)ノ今迄ノ定
基ト同値ノ條件ヲ述ベマス. (ℓ -groupノ定義ニツイテハ Birkhoffノ
文2)ヲ参照)

定理1. ℓ -groupハ各 *element*ニ對シテ次ノ條件 $\alpha)$ - $\delta)$ ヲ充ス
1ツノ *unary operation* $a \rightarrow a^*$ ガ与ヘラレタ group トシテ定義ス
ルコトガ出来ル.

$$\alpha) 0^* = 0$$

$$\beta) c = -(-c)^* + c^*$$

$$\gamma) \text{ operation } (a-b)^* + b \text{ ガ associative.}$$

$$\delta) \text{ 任意ノ } x = \text{對シ } a + x^* - a = (a + x - a)^*$$

証明 ℓ -groupガコレヲノ條件ヲ満スコトノ $a^* = a \cup 0$ トオクコトニヨリ
容易ニ見ラレル. 逆ニコレガ ℓ -groupヲ成ヘルコトハ 次ノ Stoneノ公
理ヲ満足シテイルコトヲ証明スレバヨイ.

Stoneノ條件. ℓ -groupハ次ノ條件ヲ満ス *operation* \cup ヲ有ス
ル group トシテ定義セラレル.

$$a) a \cup a = a$$

$$b) a \cup b = b \cup a$$

$$c) a \cup (b \cup c) = (a \cup b) \cup c$$

$$d) a + (x \cup y) = (a + x) \cup (a + y)$$

$$e) (x \cup y) + a = (x + a) \cup (y + a) \quad 1)$$

以上ノ様ナ *unary operation*ヲ与ヘラレテイル groupニ於テ
 $(a-b)^* + b = a \cup b$ トオケバ $\alpha)$ ニヨリ $a)$ ガ. $\beta)$ ニヨリ $b)$ ガ $\gamma)$
 $\delta)$ ニヨリ $c)$ ガ得ラレル. 更ニ $\delta)$ ニヨリ

$$\begin{aligned} (a+x) \cup (a+y) &= ((a+x) - (a+y))^* + (a+y) = \dots \\ &= a + (x-y)^* - a + a + y \\ &= a + (x-y)^* - a + a + y \end{aligned}$$

$$= a + (x - y)^* + y$$

$$= a + (x \cup y)$$

又 $\ell)$ の両方 = 成ラレル.

$$\begin{aligned} (x+a) \cup (y+a) &= ((x+a) - (y+a))^* + (y+a) \\ &= (x-y)^* + y + a = (x \cup y) + a \end{aligned}$$

依ッテ定理ハ証明セラレタ.

1) Stone の group が commutative ナルコトヲ假定シテイルノデ 或々 $\ell)$

ハ省略ワラレイル. M. H. Stone: *a general theory of spectra* II, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 26 (1940)

2) G. Birkhoff. *Lattice ordered groups. Annals of Math.*, 43. (1942)